LAHENDUSED 8.KLASS

1. ***Vastus.* Sõnale NALI saab vastata vaid arv 6354.**

Lahendus:

Arv, mis vastab sõnale NALI peab jaguma arvuga 3.
Et sõnas NALI on neli järjestikust numbrit, siis sõnale NALI vastava arvu numbrite summa on

$$n + n + 1 + n + 2 + n + 3 = 4n + 6 = n + 3n + 6$$

Siit saame, et numbritest vähim peab jaguma arvuga 3.
Seega sõnale NALI tähtedele saavad vastata nelikud (0, 1, 2, 3), (3, 4, 5, 6) ja (6, 7, 8, 9).
Neist viimane sisaldab numbrit 9 ja seega ei sobi.
Vaatame nelikut 0, 1, 2 ja 3. Kuna sõna NALI tekib mingi neljakohalise arvu MOOS korrutamisel arvuga 3. Sel juhul N suurim võimalik väärtus saab olla 3, aga sel juhul M saaks olla vaid 1. Aga kuna number 1 peab ka olema sõnale NALI vastavas arvus, siis see ei ole võimalik.
Vaatame nelikut 3, 4, 5 ja 6.
Tähele I ei saa vastata 5, sest sel juhul ka S peaks olema 5.
Tähele N ei saa vastata 4, sest sel juhul M peaks olema 1 ja O peaks olema kas 4, 5 või 6, aga need numbrid peavad vastama sõna NALI tähtedele.
Tähele N ei saa vastata 3, sest sel juhul M peaks olema 1, aga selleks, et A oleks 4, 5 või 6 peaks O ka olema 1.
Seega on meil vaja kontrollida variante
5436, 5463, 5346, 5643, 5364, 5634
6453, 6354, 6534, 6543.
Kui N on 5, siis M peab olema 1 ja on selge, et I ei saa olla 3. Seega variandid 5463 ja 5643 ei sobi.
Et 5436 : 3 = 1812, 5346 : 3 = 1782, 5364 : 3 = 1788 ja 5634 : 3 = 1878. Siis ükski neist ei saaks vastata sõnale MOOS.
Kui N on 6, siis M peab olema 2, seega O saab olla vaid 1. Järelikult variandid 6453 ja 6543 ei sobi.
Et 6354 : 3 =2118 ja 6534 : 3 = 2178, siis ainus võimalus on, et sõnale NALI vastab arv 6354 ja sõnale MOOS arv 2118.

Hindamine:

Leitud arvude nelikud, mis saavad vastata sõna NALI tähtedele:	1p
Näidatud, et see ei saa olla nelik 0, 1, 2 ja 3:	1p
Näidatud, et I ei saa olla 5:	1p
Näidatud, et N ei saa olla 3:	1p
Näidatud, et N ei saa olla 4:	1p
Näidatud, et N ei saa olla 5:	1p
Näidatud, et N saab olla 6 ja et selliseid arve on vaid üks:	1p
	7p

Märkus: Antud ainult õige vastus 2p

Kui ei ole mingeid põhjendusi välja toodud ja aga seejuures on vähendatud läbivaadatavate arvude hulka, siis anda kokku 4 punkti nende võimaluste läbi vaatamiste eest, kui N on kas 3, 4 või 5. Kui siit on mõni (1-2) variant ilma põhjendamata jäetud lihtsalt vaatamata anda 3p. Kui juba rohkem variante on vaatamata, siis nende läbivaatamiste eest anda 1 kuni 2 punkti.

2. *Vastus*. a) ei b) jah, on võimalik

Lahendus:

a) Naturaalarvude 1 kuni 99 seas on 50 paaritut arvu ja 49 paarisarvu. Seega kindlasti satub vähemalt ühes kohas kõrvuti kaks paaritut arvu, millede summa on arvust 2 suurem paarisarv, mis aga kindlasti on kordarv. Seega ei ole selline paigutamine võimalik.

b) Vaatleme eraldi paarituid ja paarisarve.

1, 3, 5, 7, …, 97, 99 ja 2, 4, 6, 8, …, 96, 98.

Ühes rühmas kahe kõrvuti oleva arvu vahe on 2, mis on algarv.

Kui arv 2 kirjutada arvu 99 kõrvale, siis saame vahe $|99-2|=97$ ja teiselt poolt tekiks ringjoonele vahe $|1-98|=97$. Seega tõesti on võimalik nii paigutada, sest 97 on algarv.

Hindamine:

a) Põhjendatud, et ei ole võimalik: 3p
Ainult vastuse eest, et ei ole võimalik, anda 0 punkti.

b) Leitud konstruktsioon, et kahe kõrvuti olema arvu vahe absoluutväärtus on alati algarv: 4p
(Kui on eraldi paaris ja paaritud arvud välja toodud, aga on näitamata nende rühmade nn ühenduskohad ringjoonel, anda selle osa eest 2p)

7p

Märkus: Ainult vastuse eest, anda 0p.

***3. Vastus.* Pindala on 44 cm².**

Lahendus:

Lahendus 1:

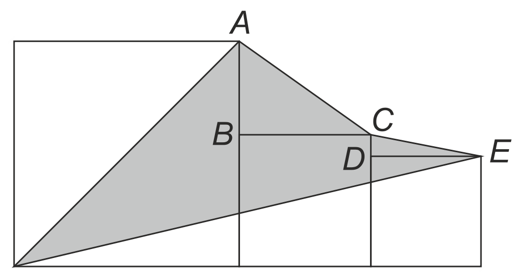
Kolmnurga *ABC* pindala on $\frac{1}{2}\cdot 4\cdot(8-4)=8$ cm².

Kolmnurga *CDE* pindala on $\frac{1}{2}\cdot 3\cdot(4-3)=1{,}5$ cm².

Seega kogu kujundi (moodustavad kolm ruutu ja kolmnurgad *ABC* ja *CDE*) pindala on $8^2+4^2+3^2+8+1{,}5=98{,}5$ cm².

Seega tumedamaks värvitud kujundi pindala on

$98{,}5-\frac{1}{2}8^2-\frac{1}{2}\cdot 3\cdot(8+4+3)=98{,}5-32-22{,}5=44$ cm².

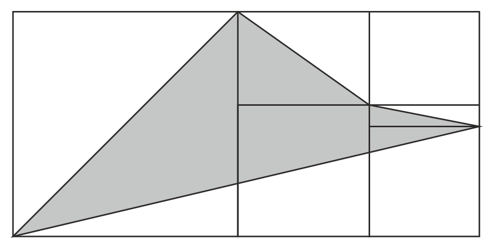


Lahendus 2:

Täiendame joonist nii, et tekib ristkülik mõõtmetega 8 × (8 + 4 + 3), ehk 8 × 15.

Tumedamaks värvitud osa pindala saame, kui selle ristküliku pindalast lahutame maha nelja valge kolmnurga ja ühe valge ristküliku pindala.

Nii saame tumedamaks värvitud kujundi pindalaks



$$120-\frac{1}{2}\cdot 8^2-\frac{1}{2}\cdot 3\cdot(8+4+3)-\frac{1}{2}\cdot 3\cdot(4-3)-\frac{1}{2}\cdot 4\cdot(8-4)-3\cdot(8-4)=$$

$=120-32-22{,}5-1{,}5-8-12=44$ cm².

Hindamine:

Leitud skeem/tükeldus, kuidas leida tumedamaks värvitud osa pindala: 1p

Lahendus 1:
Leitud kogu kujundi pindala: 3p.
Leitud tumedamaks värvitud kujundi pindala 3p.

Lahendus 2:
Leitud õigesti valgete osade pindalad: 5p.
Leitud tumedamaks värvitud osa pindala 1p
7p

Märksu: Antud ainult õige vastus koos õige ühikuga: 2p (ilma ühikuta 1p)

4. ***Vastus.* Roheliste ruutude suurim võimalik arv on 7.**

Lahendus:

Et igas reas punaste ühikruutude arv ei ole väiksem siniste omast, siis ridades kokku on punaseid mitte vähem kui siniseid.
Et igas veerus siniste ühikruutude arv ei ole väiksem punaste ühikruutude omast, siis kõikides veergudes kokku on siniseid mittevähem kui punaseid.
Neist kahest kokku saame, et tabelis on kokku punaseid ja siniseid ühikruute võrdselt.
Vaatame mitu rohelist ühikruutu saab olla ühes reas.
Ühes reas ei saa on 3 või enam rohelist ruutu, sest siis peaks seal kindlasti olema ka vähemalt 3 punast ja ka 3 sinist ühikruutu.
Kui reas oleks 2 rohelist ruutu, siis seal saaks olla 3 punast ja 2 sinist.
Kui kasvõi üks selline rida leiduks, siis tabelis ei saaks punaseid ja siniseid võrdselt olla.
Kui reas oleks 1 roheline ruut, siis seal reas oleks nii punaseid kui ka siniseid 3.
Seega saaks olla tabelis võrdselt siniseid ja punaseid ühikruute.
Seega rohelisi ruute saaks maksimaalselt igas reas olla 1.
Üks võimalik paigutus on joonisel toodud.

P	S	S	S	P	P	R
S	P	S	S	P	R	P
S	S	P	S	R	P	P
P	P	S	R	P	S	S
P	S	R	P	S	P	S
S	R	P	P	S	S	P
R	P	P	P	S	S	S

Hindamine:

Leitud, et siniseid ja punaseid ühikruute peab tabelis võrdselt olema:	2p
Näidatud, et reas ei saa olla 3 või enam rohelist ühikruutu:	2p
Näidatud, et tabelis ei saa olla rida, kus oleks 2 rohelist ühikruutu:	1p
Leitud, et reas saab olla maksimaalselt 1 roheline ruut:	1p
Toodud õige näide:	1p
	7p

5. ***Vastus.*** **Suurim võimalik selliste võistkondade arv on 7.**

Lahendus:

Et osales 10 võistkonda, siis kokku peeti turniiril $\frac{10 \cdot 9}{2} = 45$ mängu. Iga mängu eest anti võistkondadele välja 2 punkti ja seega kokku jagati välja $2 \cdot 45 = 90$ punkti. Et $90 = 7 \cdot 12 + 6$, siis võistkondi, kellel lõpuks oli 12 puntki, ei saanud olla rohkem kui 7.
Vaatame, kas on võimalik, et neid oli 7. Näiteks kui need 7 võistkonda mängisid omavahel, siis tulemuseks oli viik ja kui mängisid ülejäänud kolme võistkonnaga siis saavutasid võidu. Sel juhul neist iga võistkond sai $6 + 2 \cdot 3 = 12$ punkti.

Hindamine:

Leitud kõikide mängude arv:	1p
Leitud kõikide väljajagatavate punktide arv:	2p
Leitud et saab olla maksimaalselt 7 võistkonda:	2p
Näidatud, et 7 sellist võistkonda sai olla:	2p
	7p

Märkus: Antud ainult õige vastus: 2p